مبادرة مكتب تعليم المعابدة

تدريب تحصيلي عام ١٤٤٥ كمي

المدربة : المعلمة أمل باجوده

أمل عمر باجوده

مبادرة مكتب تعليم المعابدة تدريب تحصيلي ١٤٤٥هـ

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين نبينا محمد صلى الله عليه وسلم

اللهم يا معلم آدم الأسماء علمنا و يا مفهم سليمان فهمنا ،

اللهم علمنا ما ينفعنا و أنفعنا بما علمتنا وزدنا علما يا رب العالمين

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

المحتويات :

المتجهات من شريحة ٥ إلى شريحة ١١٦

الدائرة من شريحة ١١٧ إلى شريحة ١٩٦

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

المتجهات

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

01/14 ◄ أيّ الكميات التالية كمية متجهة؟

Ⓐ الزمن

Ⓑ المسافة

Ⓒ الإزاحة

Ⓓ الكتلة

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

01/14 ◄ أيّ الكميات التالية كمية متجهة؟

Ⓐ الزمن

Ⓑ المسافة

Ⓒ الإزاحة

Ⓓ الكتلة

أمل عمر باجوده

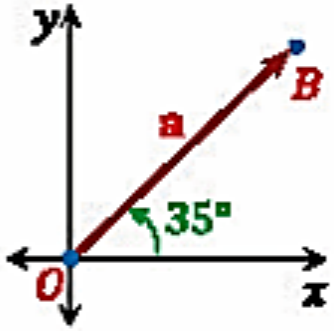
أمل باجوده

الكميات القياسية والكميات المتجهة يمكن وصف الكثير من الكميات الفيزيائية مثل الكتلة بقيمة عددية واحدة، وعندئذٍ تُسمى **كمية قياسية (عددية)**، ويدل هذا العدد على مقدار الكمية أو قياسها. أما **المتجه** فهو كمية لها مقدار واتجاه؛ فمثلًا سرعة الكرة المتجهة نحو المرمى جنوبًا تمثل كلًّا من: مقدار سرعة الكرة، واتجاه حركتها، ولذلك تُعتبر متجه والعدد المرتبط بمتجه يسمى **كميةً متجهةً**.

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

02/14 في الشكل: قياس زاوية الاتجاه الحقيقي للمتجه ..

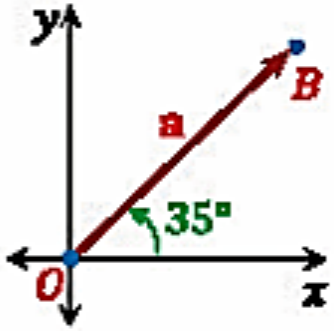


(A) 35°
(B) 035°
(C) 055°
(D) 090°

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

02/14 في الشكل: قياس زاوية الاتجاه الحقيقي للمتجه ..

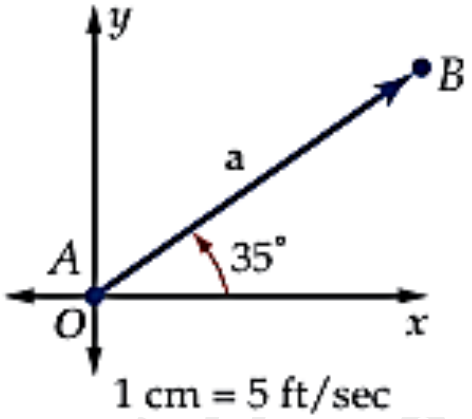


(A) 35°
(B) 035°
(C) 055°
(D) 090°

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

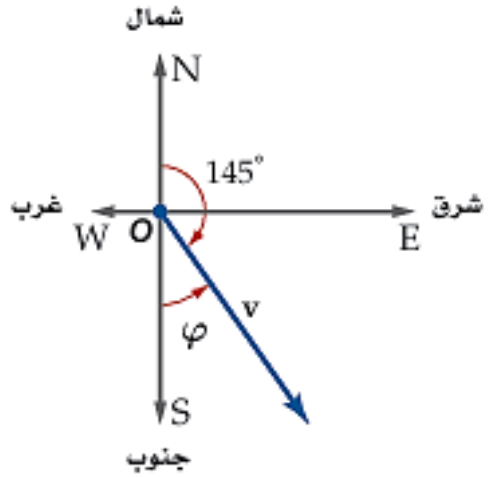
يكون المتجه في **الوضع القياسي**. إذا كانت نقطة بداية المتجه هي نقطة الأصل ويعبّر عن **اتجاه المتجه** بالزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الأفقي (الاتجاه الموجب للمحور x).
فمثلًا: اتجاه المتجه **a** هو $35°$.



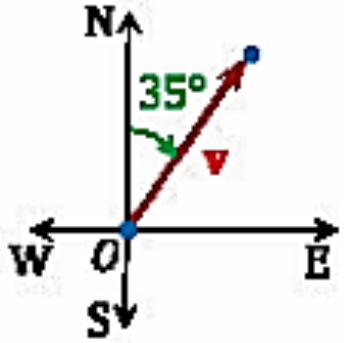
أمل باجوده

ويمكن التعبير عن اتجاه المتجه أيضًا باستعمال زاوية **الاتجاه الربعي** φ ، وتُقرأ فاي، وهي زاوية قياسها بين °0 و °90 شرق أو غرب الخط الرأسي (خط شمال – جنوب). فمثلًا زاوية الاتجاه الربعي للمتجه **v** في الشكل المجاور هي °35 جنوب شرق، وتُكتب S 35° E .

كما يمكن استعمال زاوية **الاتجاه الحقيقي** ، حيث تُقاس الزاوية مع عقارب الساعة بدءًا من الشمال. ويُقاس الاتجاه الحقيقي بثلاثة أرقام، فمثلًا يُكتب الاتجاه الذي يحدّد زاوية قياسها °25 من الشمال مع عقارب الساعة باستعمال الاتجاه الحقيقي على الصورة °025 .



أمل باجوده

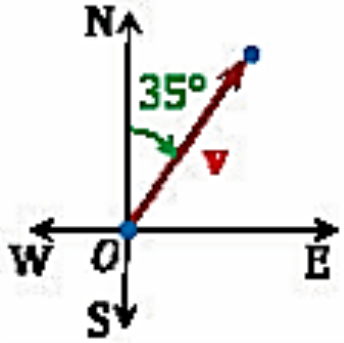


03/14 في الشكل المجاور: الاتجاه الربعي للمتجه ..

(A) N 35° E
(B) N 55° E
(C) W 55° S
(D) N 35° W

أمل عمر باجوده

أمل باجوده



03/14 ◄ في الشكل المجاور: الاتجاه الربعي للمتجه ..

(A) N 35° E

(B) N 55° E

(C) W 55° S

(D) N 35° W

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

04/14 إذا كان اتجاه متجه 120° فإن اتجاهه الربعي ..

Ⓐ N 30° W

Ⓑ N 30° E

Ⓒ N 60° W

Ⓓ N 60° E

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

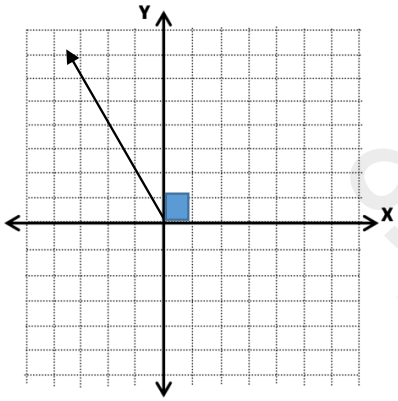
04/14 إذا كان اتجاه متجه 120° فإن اتجاهه الربعي ..

(A) N 30° W

(B) N 30° E

(C) N 60° W

(D) N 60° E



أمل عمر باجوده
أمل باجوده

05/14 ◄ إذا كان اتجاه متجه 180° فإن قياس زاوية اتجاهه الحقيقي ..

(A) 90°　　(B) 180°

(C) 270°　　(D) 300°

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

05/14 إذا كان اتجاه متجه 180° فإن قياس زاوية اتجاهه الحقيقي ..

(A) 90°

(B) 180°

(C) 270°

(D) 300°

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

06/14 ◄ إذا كان قياس زاوية الاتجاه الحقيقي لمتجه 155° فإن اتجاهه الربعي ..

(A) N 55° E
(B) S 25° E
(C) W 55° S
(D) N 35° E

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

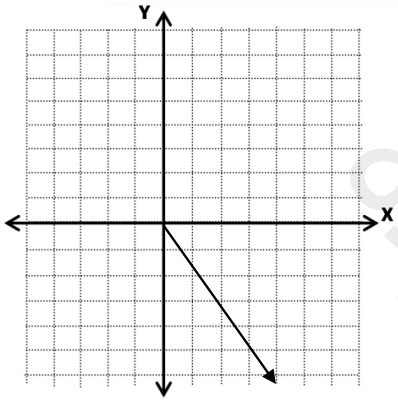
06/14 إذا كان قياس زاوية الاتجاه الحقيقي لمتجه 155° فإن اتجاهه الربعي ..

(A) N 55° E

(B) S 25° E

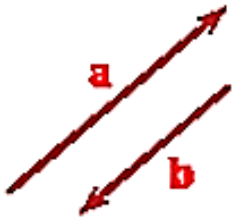
(C) W 55° S

(D) N 35° E



أمل عمر باجوده
أمل باجوده

07/14 في الشكل المجاور: أي الخيارات التالية تمثل العلاقة بين المتجهين a,b ؟

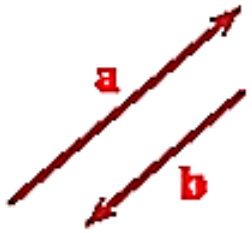


(A) متوازيان
(B) متساويان
(C) a معكوس لـ b
(D) متطابقان

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

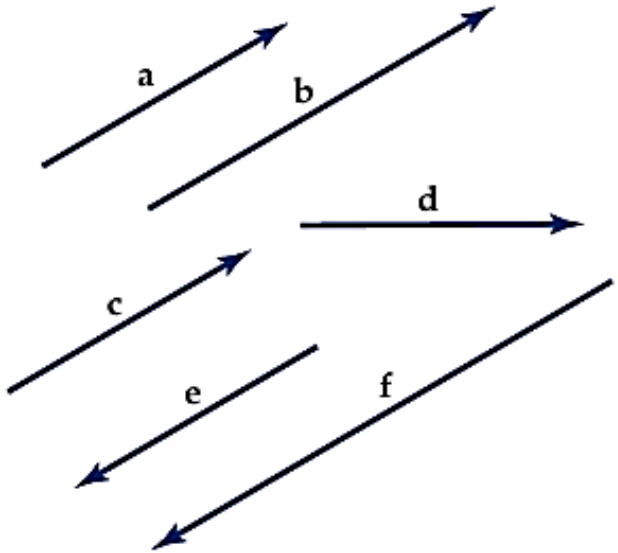
07/14 في الشكل المجاور: أي الخيارات التالية تمثل العلاقة بين المتجهين a,b ؟



(A) متوازيان
(B) متساويان
(C) a معكوس لـ b
(D) متطابقان

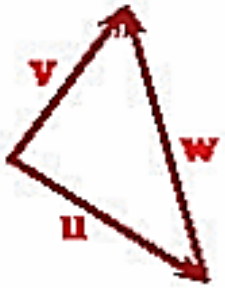
أمل عمر باجوده

أمل باجوده



- **المتجهات المتوازية** لها الاتجاه نفسه، أو اتجاهان متعاكسان، وليس بالضرورة أن يكون لها الطول نفسه. فمثلًا في الشكل المجاور $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b} \parallel \mathbf{c} \parallel \mathbf{e} \parallel \mathbf{f}$.
- **المتجهات المتساوية** لها الاتجاه نفسه، والطول نفسه. ففي الشكل المجاور $\mathbf{a}, \mathbf{c}$ ؛ لهما الطول والاتجاه نفساهما، لذا هما متساويان، ويعبَّر عنه بالرموز: $\mathbf{a} = \mathbf{c}$.
لاحظ أن $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$ ؛ لأن $|\mathbf{a}| \neq |\mathbf{b}|$ ، $\mathbf{a} \neq \mathbf{d}$ ؛ لأن لهما اتجاهين مختلفين.
- **المتجهان المتعاكسان** لهما الطول نفسه، لكن اتجاهيهما متعاكسان. يكتب المتجه المعاكس للمتجه $\mathbf{a}$ على الصورة $-\mathbf{a}$ ، ففي الشكل المجاور $\mathbf{e} = -\mathbf{a}$.

أمل باجوده



08/14 في الشـــكل المجاور: المتجه الذي يمثل محصـــلة المتجهين الآخرين هو ..

(A) $\mathbf{v}$

(B) $\mathbf{u}$

(C) $\mathbf{w}$

(D) $\mathbf{w}+\mathbf{v}$

أمل عمر باجوده

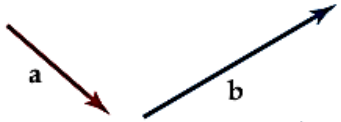
أمل باجوده

مفهوم أساسي

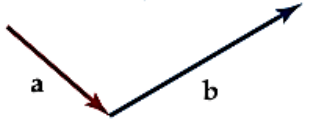
إيجاد المحصلة

قاعدة المثلث

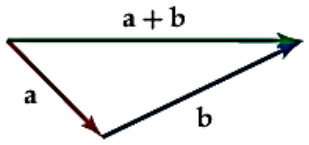
لإيجاد محصّلة المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ، اتّبع الخطوتين الآتيتين:



الخطوة 1 أجرِ انسحابًا للمتجه $\mathbf{b}$ ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة نهاية المتجه $\mathbf{a}$.

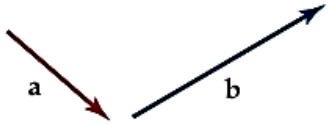


الخطوة 2 محصلة المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ هي المتجه المرسوم من نقطة بداية $\mathbf{a}$ إلى نقطة نهاية $\mathbf{b}$.

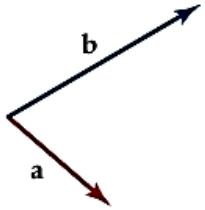


قاعدة متوازي الأضلاع

لإيجاد محصّلة المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ، اتّبع الخطوات الآتية :

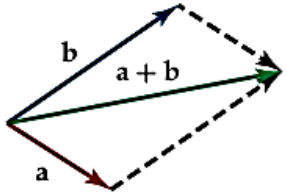


الخطوة 1 أجرِ انسحابًا للمتجه $\mathbf{b}$ ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة بداية المتجه $\mathbf{a}$.

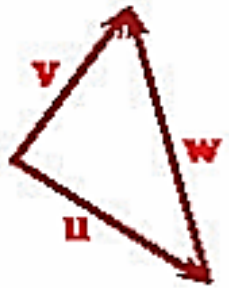


الخطوة 2 أكمل رسم متوازي الأضلاع الذي ضلعاه $\mathbf{a}, \mathbf{b}$.

الخطوة 3 محصلة المتجهين هي المتجه الذي يُمثّله قطر متوازي الأضلاع .



أمل باجوده



08/14 ◄ في الشـــكل المجاور: المتجه الذي يمثل محصـــلة المتجهين الآخرين هو ..

(A) $\mathbf{v}$

(B) $\mathbf{u}$

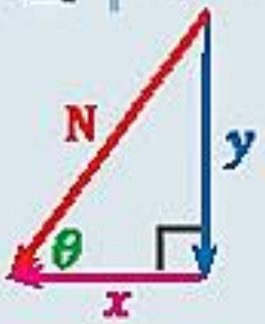
(C) $\mathbf{w}$

(D) $\mathbf{w}+\mathbf{v}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

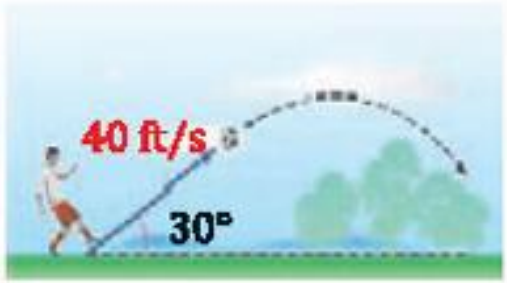
تحليل متجه إلى مركبتين متعامدتين



- المركبة الأفقية: $|x| = N\cos\theta$.
- المركبة الرأسية: $|y| = N\sin\theta$.

أمل باجوده

09/14 ◄ لاعب يركل كرة قدم من سطح الأرض بسرعة مقدارها 40 ft/s وبزاوية 30° مع الأرض، إن مقدار المركبة الرأسية ..



(A) 20 ft/s

(B) $20\sqrt{3}$ ft/s

(C) 40 ft/s

(D) $40\sqrt{3}$ ft/s

أمل باجوده

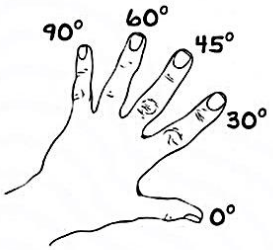
بعض قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة :

الزاوية (θ)	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
$0° = 0$	0	1	0
$30° = \frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$45° = \frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
$60° = \frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$90° = \frac{\pi}{2}$	1	0	غير معرف

نون أكاديمي

ملاحظة :

يمكن إيجاد قيم الدوال المثلثية عن طريق أصابع اليد اليسرى كالتالي :



$$\sin\theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع تحت الزاوية}}}{2}$$

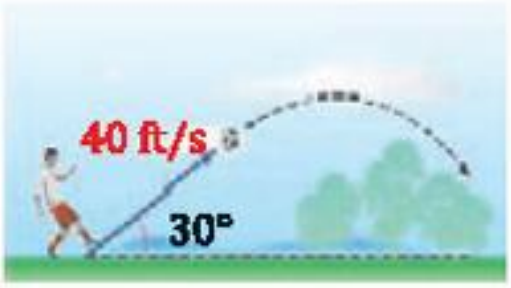
$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع فوق الزاوية}}}{2}$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع تحت الزاوية}}}{\sqrt{\text{عدد الأصابع فوق الزاوية}}}$$

نون أكاديمي

أمل باجوده

09/14 لاعب يركل كرة قدم من سطح الأرض بسرعة مقدارها 40 ft/s وبزاوية 30° مع الأرض، إن مقدار المركبة الرأسية ..



(A) 20 ft/s

(B) $20\sqrt{3}$ ft/s

(C) 40 ft/s

(D) $40\sqrt{3}$ ft/s

أ/ عمر باجودة

أمل باجوده

10/14 ◄ تسير باخرة بزاوية قيمتها 60° مع الأفقي وبسرعة 100 km/h ، ما مقدار المركبة الأفقية لسرعة الباخرة؟

(A) 50 km/h

(B) $50\sqrt{3}$ km/h

(C) 200 km/h

(D) $200\sqrt{3}$ km/h

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

10/14 تسير باخرة بزاوية قيمتها 60° مع الأفقي وبسرعة 100 km/h ، ما مقدار المركبة الأفقية لسرعة الباخرة؟

(A) 50 km/h

(B) $50\sqrt{3}$ km/h

(C) 200 km/h ×

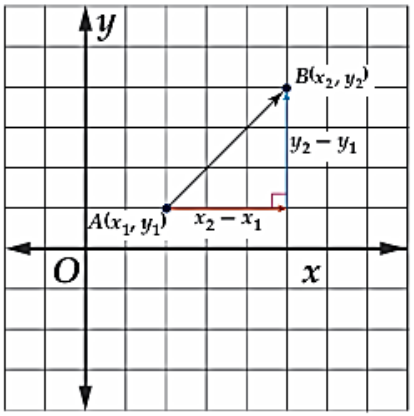
(D) $200\sqrt{3}$ km/h ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

مفهوم أساسي

الصورة الإحداثية لمتجه

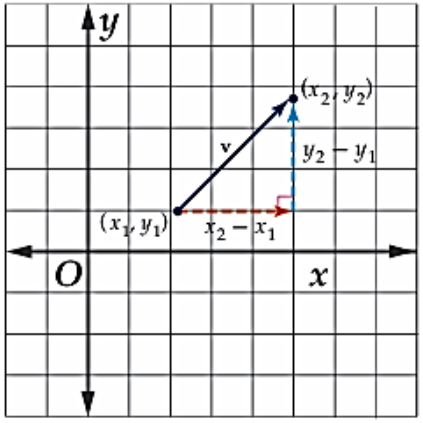


الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ، ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ هي :

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

مفهوم أساسي

طول المتجه في المستوى الإحداثي



إذا كان v متجهًا، نقطة بدايته (x_1, y_1) ، ونقطة نهايته (x_2, y_2) ، فإن طول v يُعطى بالصيغة:

$$|v| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

وإذا كانت $\langle a, b \rangle$ هي الصورة الإحداثية للمتجه v فإن :

$$|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

أمل باجوده

11/14 أي المتجهات التالية يمثل $\overrightarrow{RS}$ ؟ حيث نقطة البداية $R(-5,3)$ ونقطة النهاية $S(2,-7)$.

Ⓐ $\langle 7,-10 \rangle$

Ⓑ $\langle -7,10 \rangle$

Ⓒ $\langle -3,10 \rangle$

Ⓓ $\langle -3,-10 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

١١/١٤ ◄ أي المتجهات التالية يمثل $\overrightarrow{RS}$ ؟ حيث نقطة البداية $R(-5,3)$ ونقطة النهاية $S(2,-7)$.

Ⓐ $\langle 7,-10 \rangle$

Ⓑ $\langle -7,10 \rangle$

Ⓒ $\langle -3,10 \rangle$

Ⓓ $\langle -3,-10 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

12/14 ◄ أي المتجهات التالية طوله 6 وحدات؟

Ⓐ $\langle 2, 4 \rangle$

Ⓑ $\langle \sqrt{5}, 1 \rangle$

Ⓒ $\langle 3\sqrt{3}, 3 \rangle$

Ⓓ $\langle 2, \sqrt{3} \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

12/14 ◄ أي المتجهات التالية طوله 6 وحدات؟

Ⓐ $\langle 2, 4 \rangle$

Ⓑ $\langle \sqrt{5}, 1 \rangle$

Ⓒ $\langle 3\sqrt{3}, 3 \rangle$

Ⓓ $\langle 2, \sqrt{3} \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

مفهوم أساسي

العمليات على المتجهات

إذا كان $\mathrm{a} = \langle a_1, a_2 \rangle$, $\mathrm{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ متجهين، و k عددًا حقيقيًّا، فإن:

جمع متجهين $\mathrm{a} + \mathrm{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$

طرح متجهين $\mathrm{a} - \mathrm{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$

ضرب متجهٍ في عددٍ حقيقيٍّ $k\,\mathrm{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

13/14 ◄ إذا كان $\mathbf{u} = \langle -1, 4 \rangle$ و $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \langle 4, 5 \rangle$ فإن $\mathbf{v}$ يساوي ..

(A) $\langle 3, 9 \rangle$ (B) $\langle 5, 1 \rangle$

(C) $\langle -5, -1 \rangle$ (D) $\langle 3, 1 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

13/14 ◄ إذا كان $\mathbf{u} = \langle -1, 4 \rangle$ و $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \langle 4, 5 \rangle$ فإن $\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 3, 9 \rangle$

Ⓑ $\langle 5, 1 \rangle$

Ⓒ $\langle -5, -1 \rangle$

Ⓓ $\langle 3, 1 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

14/14 ◄ إذا كان $\mathbf{u} = \langle 6, 3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 7, 3 \rangle$ فإن $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 1, 3 \rangle$ Ⓑ $\langle -1, 3 \rangle$

Ⓒ $\langle -1, 0 \rangle$ Ⓓ $\langle 3, 4 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

14/14 ◀ إذا كان $\mathbf{u} = \langle 6, 3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 7, 3 \rangle$ فإن $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 1, 3 \rangle$

Ⓑ $\langle -1, 3 \rangle$

Ⓒ $\langle -1, 0 \rangle$

Ⓓ $\langle 3, 4 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

15/14 ◄ إذا كان $-\frac{1}{2}\mathbf{v} = \langle -4, 12 \rangle$ فإن $\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 2, -6 \rangle$

Ⓑ $\langle -2, 6 \rangle$

Ⓒ $\langle -8, 24 \rangle$

Ⓓ $\langle 8, -24 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

15 إذا كان $-\frac{1}{2}\mathbf{v} = \langle -4, 12 \rangle$ فإن $\mathbf{v}$ يساوي ..

(A) $\langle 2, -6 \rangle$

(B) $\langle -2, 6 \rangle$

(C) $\langle -8, 24 \rangle$ ×

(D) $\langle 8, -24 \rangle$ ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

16/14 إذا كان لدينا المتجهين $A = \langle 5, -3 \rangle , B = \langle 1, 4 \rangle$ فإن $2A - B$ يساوي ..

(A) $\langle 9, -10 \rangle$ (B) $\langle 6, 1 \rangle$

(C) $\langle 4, -7 \rangle$ (D) $\langle -3, 11 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

16/14 إذا كان لدينا المتجهين $A = \langle 5, -3 \rangle , B = \langle 1, 4 \rangle$ فإن $2A - B$ يساوي ..

(A) $\langle 9, -10 \rangle$

(B) $\langle 6, 1 \rangle$

(C) $\langle 4, -7 \rangle$

(D) $\langle -3, 11 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

متجهات الوحدة: يُسمَّى المتجه الذي طوله 1 **متجه الوحدة**، ويرمز له بالرمز $\mathbf{u}$، ولإيجاد متجه الوحدة $\mathbf{u}$ الذي له نفس اتجاه المتجه $\mathbf{v}$، اقسم المتجه $\mathbf{v}$ على طوله $|\mathbf{v}|$.

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} = \frac{1}{|\mathbf{v}|}\mathbf{v}$$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{17}{14}$ متجه الوحدة $\mathbf{u}$ باتجاه المتجه $\mathbf{v} = \langle 3, -4 \rangle$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -1, 0 \rangle$

Ⓑ $\langle 1, -1 \rangle$

Ⓒ $\langle -\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \rangle$

Ⓓ $\langle \frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{17}{14}$ متجه الوحدة $\mathbf{u}$ باتجاه المتجه $\mathbf{v} = \langle 3, -4 \rangle$ يساوي ..

× Ⓐ $\langle -1, 0 \rangle$

Ⓑ $\langle 1, -1 \rangle$ ×

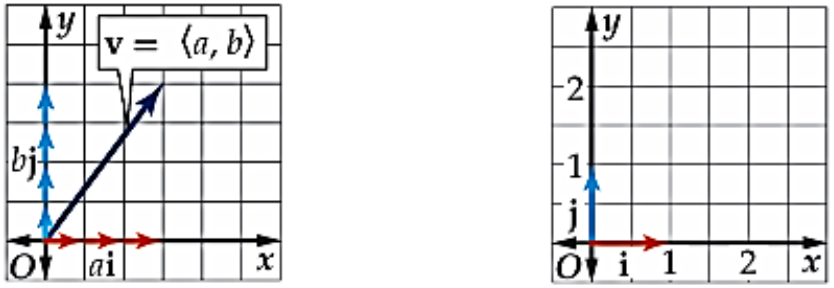
Ⓒ $\langle -\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \rangle$

Ⓓ $\langle \frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

يُرمز لمتجهي الوحدة بالاتجاه الموجب لمحور x ، والاتجاه الموجب لمحور y بالرمزين $\mathbf{j} = \langle 0, 1 \rangle$, $\mathbf{i} = \langle 1, 0 \rangle$ ، على الترتيب كما في الشكل 1.2.3 . كما يُسمَّى المتجهان $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ **متجهَي الوحدة القياسيين**.



تسمى الصورة $a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$ **توافقًا خطيًّا** للمتجهين $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$. ويُقصد بها كتابة المتجه بدلالة متجهَي الوحدة $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$

أمل باجوده

18/14 المتجه $\mathbf{v} = \langle 2, 3 \rangle$ بدلالة متجهي الوحدة القياسيين يساوي ..

(A) $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

(B) $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$

(C) $5\mathbf{i} + \mathbf{j}$

(D) $\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

18/14 المتجه $\mathbf{v} = \langle 2, 3 \rangle$ بدلالة متجهي الوحدة القياسيين يساوي ..

Ⓐ $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

Ⓑ $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$

Ⓒ $5\mathbf{i} + \mathbf{j}$ ×

Ⓓ $\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

19/14 المتجه $\mathbf{v} = 5\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ بالصورة الإحداثية يساوي ..

Ⓐ $\langle 5, 2 \rangle$ Ⓑ $\langle 2, 5 \rangle$

Ⓒ $\langle 5, -2 \rangle$ Ⓓ $\langle -2, 5 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{19}{14}$ المتجه $\mathbf{v} = 5\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ بالصورة الإحداثية يساوي ..

Ⓐ $\langle 5, 2 \rangle$

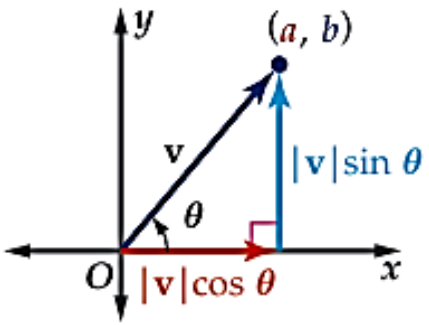
Ⓑ $\langle 2, 5 \rangle$ ×

Ⓒ $\langle 5, -2 \rangle$

Ⓓ $\langle -2, 5 \rangle$ ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده



الشكل 1.2.5

ويمكن كتابة المتجه $\mathbf{v} = \langle a, b \rangle$ ، باستعمال زاوية الاتجاه التي يصنعها $\mathbf{v}$ مع الاتجاه الموجب لمحور x . فمن الشكل 1.2.5 يمكن كتابة $\mathbf{v}$ على الصورة الإحداثية، أو على صورة توافقٍ خطيٍّ لمتجهَي الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ كما يأتي:

الصورة الإحداثية $\quad \mathbf{v} = \langle a, b \rangle$

عوّض $\quad V = \langle |\mathbf{v}| \cos \theta, |\mathbf{v}| \sin \theta \rangle$

توافق خطي من i, j $\quad = |\mathbf{v}| (\cos \theta)\mathbf{i} + |\mathbf{v}| (\sin \theta)\mathbf{j}$

من الشكل (1.2.5) تستنتج أنه يمكن إيجاد زاوية اتجاه المتجه $\mathbf{v} = \langle a, b \rangle$ مع الاتجاه الأفقي (الموجب لمحور x) بحَلّ المعادلة المثلثية: $\tan \theta = \dfrac{|\mathbf{v}| \sin \theta}{|\mathbf{v}| \cos \theta}$ ، أو $\tan \theta = \dfrac{b}{a}$.

أمل باجوده

الدالة / الزاوية	$0°$	$30° = \frac{\pi}{6}$	$45° = \frac{\pi}{4}$	$60° = \frac{\pi}{3}$	$90° = \frac{\pi}{2}$	$180° = \pi$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف	0

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

20/14 الصورة الإحداثية لمتجه v طوله 14 وزاوية اتجاهه مع الأفقي 210° ..

Ⓐ $\langle 7, 7\sqrt{3} \rangle$

Ⓑ $\langle -7\sqrt{3}, -7 \rangle$

Ⓒ $\langle -7\sqrt{3}, 7 \rangle$

Ⓓ $\langle 14, 210 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

20/14 الصورة الإحداثية لمتجه v طوله 14 وزاوية اتجاهه مع الأفقي 210° ..

Ⓐ $\langle 7, 7\sqrt{3} \rangle$ ×

Ⓑ $\langle -7\sqrt{3}, -7 \rangle$

Ⓒ $\langle -7\sqrt{3}, 7 \rangle$ ×

Ⓓ $\langle 14, 210 \rangle$ ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

21/14 ◄ ما الصورة الإحداثية لمتجه طوله 6 وزاوية اتجاهه مع الأفقي 150° ؟

Ⓐ $\langle -3\sqrt{3}, 3 \rangle$

Ⓑ $\langle 3, -3\sqrt{3} \rangle$

Ⓒ $\langle 3, 3\sqrt{3} \rangle$

Ⓓ $\langle 3\sqrt{3}, -3 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{21}{14}$ ما الصورة الإحداثية لمتجه طوله 6 وزاوية اتجاهه مع الأفقي $150°$ ؟

Ⓐ $\langle -3\sqrt{3}, 3 \rangle$

Ⓑ $\langle 3, -3\sqrt{3} \rangle$ ×

Ⓒ $\langle 3, 3\sqrt{3} \rangle$ ×

Ⓓ $\langle 3\sqrt{3}, -3 \rangle$ ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{22}{14}$ أي المتجهات التالية طوله $2\sqrt{2}$ وزاوية اتجاهه $45°$ ؟

Ⓐ $\langle 2, -2 \rangle$

Ⓑ $\langle -2, 2 \rangle$

Ⓒ $\mathbf{i} + \mathbf{j}$

Ⓓ $2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{22}{14}$ أي المتجهات التالية طوله $2\sqrt{2}$ وزاوية اتجاهه $45°$ ؟

× Ⓐ $\langle 2, -2 \rangle$

× Ⓑ $\langle -2, 2 \rangle$

Ⓒ $\mathbf{i} + \mathbf{j}$

Ⓓ $2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

مفهوم أساسي **الضرب الداخلي لمتجهين في المستوى الإحداثي**

يُعرَّف الضرب الداخلي للمتجهين $a = \langle a_1, a_2 \rangle$, $b = \langle b_1, b_2 \rangle$ كالآتي :

$$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

مفهوم أساسي **المتجهان المتعامدان**

يكون المتجهان غير الصفريين a , b متعامدين، إذا وفقط إذا كان $a \cdot b = 0$.

إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير صفريين a , b ، فإن:

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a|\,|b|}$$

أمل باجوده

$\frac{23}{14}$ إذا كان $\mathbf{u} = \langle 3, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 5, 7 \rangle$ فإن $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ يساوي ..

(A) -14

(B) -1

(C) 1

(D) 15

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{23}{14}$ إذا كان $\mathbf{u} = \langle 3, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 5, 7 \rangle$ فإن $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ يساوي ..

(A) -14

(B) -1

(C) 1

(D) 15

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{24}{14}$ إذا كان المتجهان $\mathbf{u} = \langle 1, -2 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 3, k \rangle$ متعامدين فما قيمة k ؟

(A) -2

(B) $-\frac{3}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 2

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{24}{14}$ إذا كان المتجهان $\mathbf{u} = \langle 1, -2 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 3, k \rangle$ متعامدين فما قيمة k ؟

(A) -2

(B) $-\frac{3}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 2

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

25/14 مجموعة قيم k عندما يتعامد المتجهان $\langle k+2\,,0\rangle\,,\langle k-3\,,-4\rangle$ ..

Ⓐ $\{2,3\}$ Ⓑ $\{-2,3\}$

Ⓒ $\{2,-3\}$ Ⓓ $\{-2,-3\}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{25}{14}$ مجموعة قيم k عندما يتعامد المتجهان $\langle k+2\,,0\rangle\,,\langle k-3\,,-4\rangle$ ..

Ⓐ $\{2,3\}$ ×

Ⓑ $\{-2,3\}$

Ⓒ $\{2,-3\}$

Ⓓ $\{-2,-3\}$ ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

26 إذا كان $\mathbf{u} = \langle \sqrt{3}, 1 \rangle, \mathbf{v} = \langle 0, 4 \rangle$ فما قياس الزاوية بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ؟

(A) $30°$

(B) $60°$

(C) $120°$

(D) $240°$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{27}{14}$ ◀ ما قياس الزاوية بين المتجهين $\langle 3, 3 \rangle$, $\langle 2, 0 \rangle$ ؟

Ⓐ $30°$ Ⓑ $45°$

Ⓒ $120°$ Ⓓ $135°$

أسهل طريقة لحل مسائل تحديد الزاوية بين متجهين هي الرسم التقريبي للمتجهين بحسب المعطيات، ثم البحث عن أنسب الخيارات للزاوية في الرسم

أمل باجوده

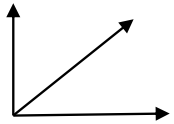
$\frac{27}{14}$ ◀ ما قياس الزاوية بين المتجهين $\langle 3,3 \rangle$, $\langle 2,0 \rangle$ ؟

Ⓐ $30°$

Ⓑ $45°$

Ⓒ $120°$

Ⓓ $135°$



أمل عمر باجوده

أمل باجوده

28/14 بعد عدة دقائق من إطلاق بالونين يحويان هواءً ساخنًا في الهواء كانت إحداثيات البالونين هي $A(20,25,30)$, $B(-30,15,10)$ ، أوجد المسافة بين البالونين في تلك اللحظة.

Ⓐ $10\sqrt{30}$

Ⓑ $30\sqrt{10}$

Ⓒ 300

Ⓓ 3000

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

28/14 ◄ بعد عدة دقائق من إطلاق بالونين يحويان هواءً ساخنًا في الهواء كانت إحداثيات البالونين هي $A(20,25,30), B(-30,15,10)$ ، أوجد المسافة بين البالونين في تلك اللحظة.

Ⓐ $10\sqrt{30}$

Ⓑ $30\sqrt{10}$

Ⓒ 300 ×

Ⓓ 3000 ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

29/14 مثلث رؤوسه النقاط $A(0,3,5), B(1,0,2), C(0,-3,5)$ ، ما نوعه؟

Ⓐ قائم الزاوية

Ⓑ متطابق الضلعين

Ⓒ متطابق الأضلاع

Ⓓ مختلف الأضلاع

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

الإحداثيات في الفضاء ثلاثي الأبعاد

إذا كانت $A(x_1, y_1, z_1)$ و $B(x_2, y_2, z_2)$ نقطتين في الفضاء فإن ..

- المسافة بين النقطتين تساوي ..

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- المنتصف بين النقطتين هو النقطة ..

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

أمل باجوده

الإحداثيات في الفضاء ثلاثي الأبعاد

إذا كانت $A(x_1, y_1, z_1)$ و $B(x_2, y_2, z_2)$ نقطتين في الفضاء فإن ..

- المسافة بين النقطتين تساوي ..

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- المنتصف بين النقطتين هو النقطة ..

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

أمل باجوده

30/14 إذا كانت $(3, 0, 6)$ نقطة المنتصف بين النقطتين $A(2, 3, 4), B(4, -3, k)$ فإن k تساوي ..

(A) 2
(B) 6
(C) 8
(D) 12

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

30/14 إذا كانت $(3, 0, 6)$ نقطة المنتصف بين النقطتين $A(2, 3, 4), B(4, -3, k)$ فإن k تساوي ..

Ⓐ 2 ×

Ⓑ 6

Ⓒ 8

Ⓓ 12 ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

31/14 أي مما يلي يمثل المتجه $\overrightarrow{AB}$ إذا كان $A(3,4,-4), B(-5,2,1)$ ؟

Ⓐ $\langle -8,-2,5 \rangle$

Ⓑ $\langle 8,-2,3 \rangle$

Ⓒ $\langle 8,2,-3 \rangle$

Ⓓ $\langle -8,-2,-3 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

31/14 أي مما يلي يمثل المتجه $\overrightarrow{AB}$ إذا كان $A(3,4,-4), B(-5,2,1)$ ؟

Ⓐ $\langle -8,-2,5 \rangle$

Ⓑ $\langle 8,-2,3 \rangle$ ×

Ⓒ $\langle 8,2,-3 \rangle$ ×

Ⓓ $\langle -8,-2,-3 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{32}{14}$ ◄ طول المتجه $\mathbf{w} = 5\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \sqrt{2}\mathbf{k}$ يساوي ..

Ⓐ $8 - \sqrt{2}$

Ⓑ 6

Ⓒ $8 + \sqrt{2}$

Ⓓ $4\sqrt{2}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{32}{14}$ ◀ طول المتجه $w = 5i + 3j - \sqrt{2}k$ يساوي ..

Ⓐ $8 - \sqrt{2}$

Ⓑ 6

Ⓒ $8 + \sqrt{2}$

Ⓓ $4\sqrt{2}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{33}{14}$ متجه الوحدة في اتجاه المتجه $\mathbf{v} = \langle 2, -3, 6 \rangle$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 1, 1, 1 \rangle$

Ⓑ $\langle \frac{2\sqrt{31}}{31}, -\frac{3\sqrt{31}}{31}, \frac{6\sqrt{31}}{31} \rangle$

Ⓒ $\langle \frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7} \rangle$

Ⓓ $\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6} \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

33/14 متجه الوحدة في اتجاه المتجه $\mathbf{v} = \langle 2, -3, 6 \rangle$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 1, 1, 1 \rangle$

Ⓑ $\left\langle \frac{2\sqrt{31}}{31}, -\frac{3\sqrt{31}}{31}, \frac{6\sqrt{31}}{31} \right\rangle$

Ⓒ $\left\langle \frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7} \right\rangle$

Ⓓ $\left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6} \right\rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

34/14 ◄ إذا كان $\mathbf{a}=\langle 0,5,3\rangle$, $\mathbf{b}=\langle 7,0,1\rangle$ فإن $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 7,5,4\rangle$ Ⓑ $\langle 4,5,7\rangle$

Ⓒ $\langle 0,5,4\rangle$ Ⓓ $\langle 11,5,1\rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

34/14 إذا كان $\mathbf{b}=\langle 7,0,1\rangle$, $\mathbf{a}=\langle 0,5,3\rangle$ فإن $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 7,5,4\rangle$

Ⓑ $\langle 4,5,7\rangle$ ×

Ⓒ $\langle 0,5,4\rangle$ ×

Ⓓ $\langle 11,5,1\rangle$ ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

35 ◀ إذا كان $\mathbf{u} = \langle 8, 3, 5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 7, 3, 2 \rangle$ فإن $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -1, 0, -3 \rangle$ Ⓑ $\langle 1, 0, 3 \rangle$

Ⓒ $\langle 2, 0, -6 \rangle$ Ⓓ $\langle 15, 6, 6 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

35/14 إذا كان $\mathbf{u}=\langle 8,3,5\rangle, \mathbf{v}=\langle 7,3,2\rangle$ فإن $\mathbf{u}-\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -1,0,-3\rangle$ ×

Ⓑ $\langle 1,0,3\rangle$

Ⓒ $\langle 2,0,-6\rangle$ ×

Ⓓ $\langle 15,6,6\rangle$ ×

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

36/14 إذا كان المتجه $\mathbf{v} = \langle 2, -1, 3 \rangle$ فإن $-2\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -6, 2, -4 \rangle$

Ⓑ $\langle 4, 2, -6 \rangle$

Ⓒ $\langle -4, 2, -6 \rangle$

Ⓓ $\langle -4, -1, 3 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

36 إذا كان المتجه $\mathbf{v} = \langle 2, -1, 3 \rangle$ فإن $-2\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -6, 2, -4 \rangle$ ×

Ⓑ $\langle 4, 2, -6 \rangle$ ×

Ⓒ $\langle -4, 2, -6 \rangle$

Ⓓ $\langle -4, -1, 3 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

37/14 إذا كـــــان $\mathbf{a} = \langle 2, 4, -3 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -5, -7, 1 \rangle$ فـــــإن $2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -1, 1{,}5 \rangle$

Ⓑ $\langle 4, 8, -6 \rangle$

Ⓒ $\langle 9{,}15, -7 \rangle$

Ⓓ $\langle 9, 15, -5 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

37 إذا كـــــان $\mathbf{a} = \langle 2, 4, -3 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -5, -7, 1 \rangle$ فـــــإن $2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -1, 1, 5 \rangle$ ×

Ⓑ $\langle 4, 8, -6 \rangle$ ×

Ⓒ $\langle 9, 15, -7 \rangle$

Ⓓ $\langle 9, 15, -5 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

الضرب الداخلي لمتجهين في الفضاء

◄ إذا كان $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ و $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ متجهين في الفضاء ثلاثي الأبعاد فإن ..

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

الضرب الداخلي (القياسي)

◄ للتذكير: شرط تعامد متجهين ..

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$$

◄ للتذكير: قياس الزاوية بين متجهين ..

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}$$

38/14 إذا كان $\mathbf{a} = \langle 0, 5, 3 \rangle, \mathbf{b} = \langle 7, 0, 1 \rangle$ فإن $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ يساوي ..

(A) 3
(B) 12
(C) 21
(D) 35

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

39/14 أي مما يلي متجهان متعامدان؟

(A) $\langle 1, 0,0\rangle, \langle 1, 2,3\rangle$

(B) $\langle 1, -2,3\rangle, \langle 2, -4,6\rangle$

(C) $\langle 3, 4,6\rangle, \langle 6, 4,3\rangle$

(D) $\langle 3, -5,4\rangle, \langle 6,2, -2\rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

$\frac{39}{14}$ أي مما يلي متجهان متعامدان؟

Ⓐ $\langle 1, 0,0\rangle, \langle 1, 2,3\rangle$ ×

Ⓑ $\langle 1, -2,3\rangle, \langle 2, -4,6\rangle$ ×

Ⓒ $\langle 3, 4,6\rangle, \langle 6, 4,3\rangle$ ×

Ⓓ $\langle 3, -5,4\rangle, \langle 6,2, -2\rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

40/14 إذا كان $\mathbf{v} = \langle -2, -1, 3 \rangle$, $\mathbf{u} = \langle b, -3, 1 \rangle$ فما قيمة b التي تجعل المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ متعامدين؟

(A) -6 (B) -3

(C) 3 (D) 6

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

40/14 إذا كان $\mathbf{v} = \langle -2, -1, 3 \rangle$, $\mathbf{u} = \langle b, -3, 1 \rangle$ فما قيمة b التي تجعل المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ متعامدين؟

Ⓐ -6 ✗

Ⓑ -3 ✗

Ⓒ 3

Ⓓ 6

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

41/14 قياس الزاوية بين المتجهين $\mathbf{a} = \langle \sqrt{2}, 2, 0 \rangle , \mathbf{b} = \langle \sqrt{3}, 0, 1 \rangle$ ..

(A) $30°$

(B) $45°$

(C) $60°$

(D) $90°$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

41/14 قياس الزاوية بين المتجهين $\mathbf{a} = \langle \sqrt{2}, 2, 0 \rangle , \mathbf{b} = \langle \sqrt{3}, 0, 1 \rangle$ ..

(A) $30°$ (B) $45°$

(C) $60°$ (D) $90°$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2+4}\ \sqrt{3+1}}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}\ \sqrt{4}}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

مُحدِّدة الدرجة الثالثة: نحسب قيمتها بقاعدة الأقطار، فمثلاً ..

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (3+60+0)-(0+24+10)$$

$$= 29$$

أمل باجوده

٤٢ أوجد $\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$.

Ⓐ $2\mathbf{i}+\mathbf{j}+4\mathbf{k}$

Ⓑ $-2\mathbf{i}+\mathbf{j}-4\mathbf{k}$

Ⓒ $2\mathbf{i}-\mathbf{j}+4\mathbf{k}$

Ⓓ $-2\mathbf{i}-\mathbf{j}-4\mathbf{k}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

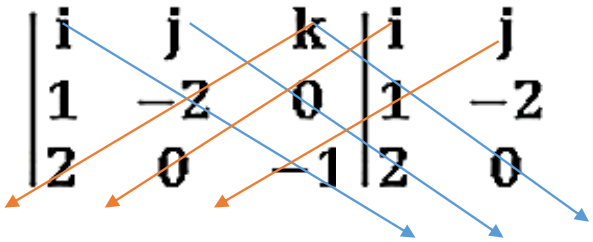
أوجد $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$. ◄ $\frac{42}{14}$

Ⓐ $2i + j + 4k$

Ⓑ $-2i + j - 4k$ ×

Ⓒ $2i - j + 4k$

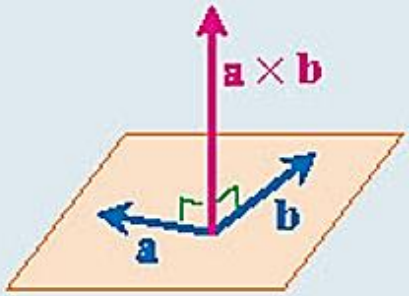
Ⓓ $-2i - j - 4k$ ×



$= (2\,i + 0 + 0) - (0 - j\ - 4k)$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده



◄ الضـــــرب الاتجـاهـي $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ يُعـطـي مـتـجـهًا عموديًا على المستوى الذي يحوي المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$.

◄ إذا كان المتجهان $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ضـــلعين متجاورين في متوازي أضلاع فإن ..

$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ = مساحة متوازي الأضلاع

طول المتجه $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$

أمل باجوده

43/14 إذا كـــان $\mathbf{u} = \langle 1, -2, 0 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 2, 0, -1 \rangle$ متجهـــين فـــإن $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$

Ⓑ $-2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$

Ⓒ $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$

Ⓓ $-2\mathbf{i} - \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

43/14 إذا كـــان $\mathbf{u}=\langle 1,-2,0\rangle$, $\mathbf{v}=\langle 2,0,-1\rangle$ متجهـــين فـــإن $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $2\mathbf{i}+\mathbf{j}+4\mathbf{k}$

Ⓑ $-2\mathbf{i}+\mathbf{j}-4\mathbf{k}$ ×

Ⓒ $2\mathbf{i}-\mathbf{j}+4\mathbf{k}$

Ⓓ $-2\mathbf{i}-\mathbf{j}-4\mathbf{k}$ ×

i	j	k	i	j
1	−2	0	1	−2
2	0	−1	2	0

$= (2\,i + 0 + 0) - (0 - j - 4k)$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

٤٤/١٤ أي المتجهات التالية عمودي على المتجهين

$\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - \mathbf{k}$, $\mathbf{w} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ؟

Ⓐ $\langle -3, 2, 6 \rangle$ Ⓑ $\langle -3, 6, -6 \rangle$

Ⓒ $\langle 3, -2, 6 \rangle$ Ⓓ $\langle -3, -6, 6 \rangle$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

٤٤/١٤ أي المتجهات التالية عمودي على المتجهين

$\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - \mathbf{k}\ ,\ \mathbf{w} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ؟

Ⓐ $\langle -3, 2, 6 \rangle$ ×

Ⓑ $\langle -3, 6, -6 \rangle$

Ⓒ $\langle 3, -2, 6 \rangle$

Ⓓ $\langle -3, -6, 6 \rangle$ ×

ممكن استخدام حقيقة أن ناتج الضرب الاتجاهي يكون عمودي على كل من المتجهين v,w

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

45/14 متـــوازي أضـــلاع فيـــه $\mathbf{u} = 7\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ و $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$

ضلعان متجاوران، ما مساحته بالوحدات المربعة؟

(A) 13 (B) 21

(C) $\sqrt{186}$ (D) $\sqrt{458}$

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

45/14 متـــوازي أضـــلاع فيـــه $\mathbf{u} = 7\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ و $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$

ضلعان متجاوران، ما مساحته بالوحدات المربعة؟

Ⓐ 13 Ⓑ 21

Ⓒ $\sqrt{186}$ Ⓓ $\sqrt{458}$

i	j	k	i	j
4	3	-1	4	3
7	2	-2	7	2

$= (-6\,i - 7\,j + 8k) - (-2\mathrm{i} - 8\mathrm{j} + 21\mathrm{k})$

$= (-4i + j - 13k)$

A $= \sqrt{4^2 + 1^2 + 13^2}$

أمل باجوده

أمل عمر باجوده

الضرب القياسي الثلاثي في الفضاء

◀ لإيجاد الضـــرب الثلاثي القياســي $\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})$ نحسب القيمة ..

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

راجع طريقة إيجاد محددة الدرجة الثالثة ص٣٢ .

◀ القيمة المطلقة للضـــرب الثلاثي القياســي يعطي حجم متوازي الســطوح الذي فيه المتجهات $\mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ ثلاثة أحرف متجاورة.

أمل باجوده

46/14 حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{u} = -6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ و $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ و $\mathbf{t} = 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ أحرف متجاورة يساوي ..... وحدة مكعبة.

(A) 31 (B) 62

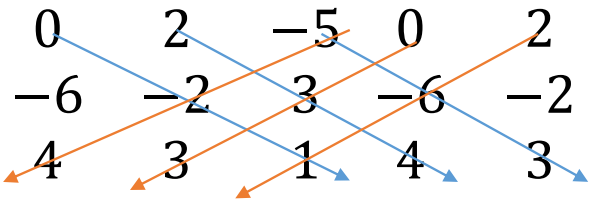
(C) 73 (D) 86

أمل عمر باجوده

أمل باجوده

46/14 حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{u} = -6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ و $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ و $\mathbf{t} = 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ أحرف متجاورة يساوي ..... وحدة مكعبة.

(A) 31 (B) 62 (C) 73 (D) 86



$= (0 + 24 + 90) - (40 + 0 - 12)$

$= (114) - (28)$

$= 86$

أمل باجوده

47/14 إذا كان حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{u} = \langle c, -3, 1 \rangle$ و $\mathbf{v} = \langle -2, -1, 4 \rangle$ و $\mathbf{w} = \langle 1, 0, -2 \rangle$ أحرف متجاورة تساوي 7 وحدات مكعبة؛ فإن قيمة c الموجبة تساوي ..

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

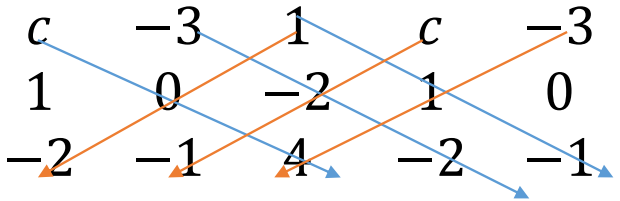
أمل عمر باجوده

أمل باجوده

47/14 إذا كان حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{u} = \langle c, -3, 1 \rangle$ و $\mathbf{v} = \langle -2, -1, 4 \rangle$ و $\mathbf{w} = \langle 1, 0, -2 \rangle$ أحرف متجاورة تساوي 7 وحدات مكعبة؛ فإن قيمة c الموجبة تساوي ..

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4



$= (0 - 12 - 1) - (0 + 2c - 12)$

$= -13 - 2c + 12 \quad = -1 - 2c = 7$

$-2c = 8, c = -4$

$, c = 4$

أمل باجوده